

## PODSTAWY EKSPLOATACJI SYSTEMÓW

### ĆWICZENIE LABORATORYJNE NR 5

## BADANIE WYBRANYCH STRUKTUR NIEZAWODNOŚCIOWYCH

1. Narzędzia wspomagające realizację ćwiczenia:

– komputerowy program *Uszkodzenia.exe* umożliwiający badanie niezawodności obiektów o wybranych strukturach niezawodnościowych.

2. Przedmiot ćwiczenia:

– wirtualne modele struktur niezawodnościowych.

3. Cel ćwiczenia:

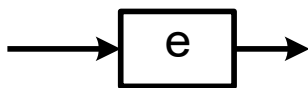
– wyznaczenie wybranych funkcji i wskaźników niezawodnościowych dla typowych struktur niezawodnościowych.

# 1. PODSTAWY TEORETYCZNE I ZAŁOŻENIA

Ćwiczenie poświęcone jest praktycznemu wyznaczaniu wskaźników niezawodnościowych obiektów o typowych strukturach niezawodnościowych.

## OBIEKT S1

Obiekt S1 ma najprostszą strukturę, zawiera jeden element – jak na Rys.1.



Rys.1. Obiekt o strukturze jednoelementowej

Zakładamy, że prawdopodobieństwo nieuszkodzenia się (czyli prawdopodobieństwo zachowania stanu zdatności) tego elementu ma znaną postać rozkładu wykładniczego:

$$R(t) = e^{-\lambda_e t} \quad (1)$$

gdzie:  $\lambda_e$  – intensywność uszkodzeń (parametr rozkładu wykładniczego).

Przyjmijmy, że:  $\lambda_e = \text{const}$ ; oraz, że wartość  $\lambda_e$  nie jest znana.

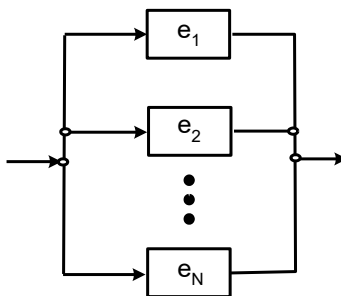
Dla rozkładu wykładniczego:

$$\lambda_e = \frac{1}{\bar{T}_u} \quad (2)$$

gdzie:  $\bar{T}_u$  – wartość oczekiwana czasu do uszkodzenia się obiektu.

## OBIEKT S2

Obiekt S2 składa się z  $N$  równolegle połączonych elementów – jak na Rys.2a. Obiekt ten przedstawia **równoległą strukturę niezawodnościową z rezerwą obciążoną**. Obiekt jest wtedy zdalny, gdy **co najmniej jeden jego element jest zdalny**. Zauważmy, że w tym przypadku wszystkie elementy pracują w identycznych warunkach.



Rys. 2a. Obiekt o równoległej strukturze niezawodnościowej z rezerwą obciążoną

Prawdopodobieństwo zdalności (czyli nieuszkodzenia się) takiego obiektu zapisujemy następująco:

$$R_{R\text{Obc}}(t) = 1 - [(1 - R_1(t)) (1 - R_2(t)) \cdots (1 - R_N(t))] = 1 - [(1 - e^{-\lambda_1 t}) (1 - e^{-\lambda_2 t}) \cdots (1 - e^{-\lambda_N t})] = 1 - \prod_{i=1}^N (1 - e^{-\lambda_i t}); \quad t \geq 0 \quad (3)$$

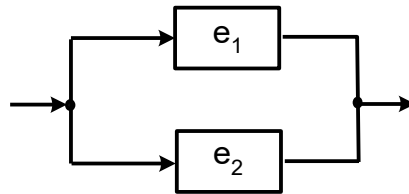
Jeśli przyjmiemy, że:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_N = \lambda_e \quad \text{to otrzymamy:} \quad R_{R\text{Obc}}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_e t})^N \quad (4)$$

Wartość oczekiwaną czasu do uszkodzenia wyznaczyć można z następującego wyrażenia:

$$\begin{aligned} \bar{T}_{uR\text{Obc}} &= \int_0^{\infty} R_{R\text{Obc}}(t) dt = \int_0^{\infty} 1 - (1 - e^{-\lambda_e t})^N dt = \\ &= \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{N}\right) \frac{1}{\lambda_e} \approx (0,577 + \ln N) \bar{T}_{ue} \end{aligned} \quad (5)$$

W ćwiczeniu laboratoryjnym poddajemy badaniu **obiekt 2-elementowy** o strukturze jak na Rys.2b.



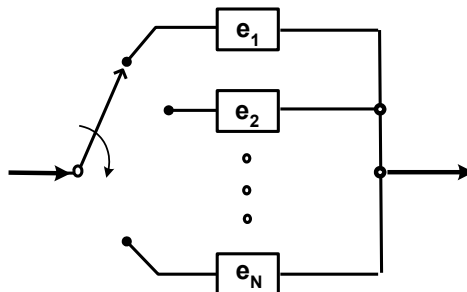
Rys.2b. Obiekt o strukturze równoległej, dwuelementowej z rezerwą obciążoną

**Elementy obiektu mają identyczne właściwości niezawodnościowe, takie same jak w obiekcie 1. Zatem dla  $N = 2$ :**

$$\bar{T}_{uR\text{Obc}2} = 1,5 \bar{T}_{ue} = \frac{1,5}{\lambda_e} \quad \text{oraz} \quad R_{R\text{Obc}2}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_e t})^2 \quad (6)$$

### OBIEKT S3

Obiekt S3 składa się z  $N$  równoległe połączonych elementów jak na Rys.3a. Obiekt ten przedstawia **równoległą strukturę niezawodnościową z rezerwą nieobciążoną**. Obiekt jest wtedy zdalny, gdy **co najmniej jeden jego element jest zdalny**. Zauważmy, że w tym przypadku **funkcjonowanie obiektu rozpoczyna się od uruchomienia 1-ego elementu (podstawowego)**. Pozostałe elementy początkowo nie pracują. Po uszkodzeniu pierwszego elementu zostaje uruchomiony drugi element (rezerwowo), po jego uszkodzeniu następny, itd. Zakładamy, że przełączenia odbywają się niezawodnie.



Rys. 3a. Obiekt o równoległej strukturze niezawodnościowej z rezerwą nieobciążoną

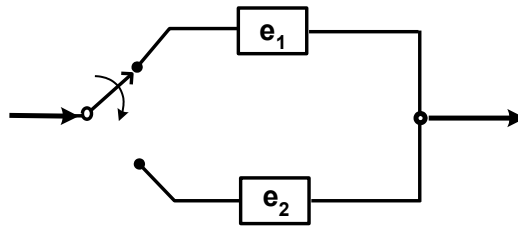
Wartość oczekiwana czasu do uszkodzenia wynosi w tym przypadku:

$$\bar{T}_{uRN\text{obc}} = \bar{T}_{u1} + \bar{T}_{u2} + \dots + \bar{T}_{uN} \quad (7a)$$

a prawdopodobieństwo zdatności:

$$R_{RNObc}(t) = \left( 1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \dots + \frac{(\lambda t)^{(N-1)}}{(N-1)!} \right) e^{(-\lambda t)} \quad (7b)$$

W ćwiczeniu poddamy badaniu **obiekt 2-elementowy** o strukturze jak na Rys.3b.



Rys.3b. Obiekt o strukturze równoległej, dwuelementowej z rezerwą nieobciążoną

**Elementy te mają jednakowe właściwości niezawodnościowe, takie same jak w obiekcie 1.** Zatem (dla  $N = 2$ ):

- oczekiwana wartość czasu do uszkodzenia (czyli czasu zdatności):

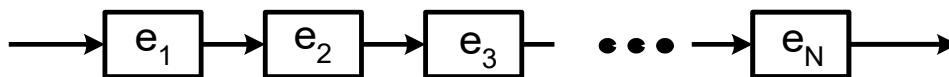
$$\bar{T}_{uRNObc2} = 2 \bar{T}_{ue} \quad (8a)$$

- prawdopodobieństwo stanu zdatności:

$$R_{RNObc}(t) = (1 + \lambda t) e^{(-\lambda t)} \quad (8b)$$

#### OBIEKT S4

Obiekt S4 składa się z  $N$  szeregowo połączonych elementów – jak na Rys.4a. Obiekt ten przedstawia szeregową strukturę niezawodnościową. Oznacza to, że obiekt jest tylko wtedy zdalny, gdy **wszystkie jego elementy są zdalne**.



Rys. 4a. Obiekt o szeregowej strukturze niezawodnościowej

Prawdopodobieństwo nieuszkodzenia się takiego obiektu zapisujemy w postaci:

$$R_{SZ}(t) = R_1(t)R_2(t) \dots R_N(t) = e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_N t} = \prod_{i=1}^N e^{-\lambda_i t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_N)t} \quad (9)$$

gdzie:  $\lambda_i$  – intensywność uszkodzeń elementu  $e_i$ .

Można wykazać, że w przypadku takiego obiektu **wartość oczekiwana czasu do uszkodzenia** może być wyznaczona z zależności:

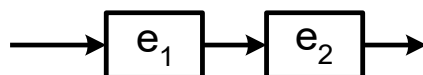
$$\bar{T}_{usZ} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \lambda_i} \quad (10)$$

Jeśli przyjmiemy, że:

$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_N = \lambda_e$  to otrzymamy:

$$R_{SZ}(t) = (e^{-\lambda_e t})^N = e^{-N\lambda_e t} \quad \text{oraz} \quad \bar{T}_{usZ} = \frac{1}{N\lambda_e} \quad (11)$$

W ćwiczeniu poddajemy badaniu **obiekt 2-elementowy** o strukturze jak na Rys.4b. Są to elementy o jednakowych właściwościach niezawodnościowych, takich samych jak w obiekcie 1.



Rys.4b. Obiekt o strukturze szeregowej, dwuelementowej

Zatem, dla  $N = 2$ , otrzymujemy:

$$\boxed{R_{SZ2}(t) = (e^{-\lambda_e t})^2 = e^{-2\lambda_e t}} \quad \text{oraz} \quad \boxed{\bar{T}_{uSZ2} = \frac{1}{2\lambda_e}} \quad (12)$$

## 2. ZADANIE

### 2.1. Informacje wstępne

Korzystając z komputerowego programu *Uszkodzenia.exe* przeprowadzić badania właściwości niezawodnościowych obiektów elektronicznych o strukturach S1÷S4.

Liczność każdego zbioru obiektów poddawanych badaniu wynosi  $N$ .

Obiektów uszkodzonych **nie zastępuje się** nowymi, a badanie trwa do chwili uszkodzenia się wszystkich obiektów tworzących badany zbiór (Rys. 5).

Całkowity **czas badania wynosi  $T_b$**  jednostek umownych czasu (np. godz.).

Czas ten dzieli się na  $m$  jednakowych przedziałów o długości:

$$\Delta t_i = \Delta t = T_b/m; \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Każdy przedział opisuje się następującymi wartościami czasu:

- **czas  $t_{ip}$**  – liczony od chwili rozpoczęcia eksperymentu do początku przedziału  $\Delta t_i$   
(oczywiście dla  $i = 1 \quad t_{ip} = 0$ )
- **czas  $t_{is}$**  – liczony od chwili rozpoczęcia eksperymentu do środka przedziału  $\Delta t_i$   
(oczywiście dla  $i = 1 \quad t_{is} = 0,5 \Delta t_1$ )

W eksperymencie symulacyjnym należy wyznaczyć (Rys. 6):

- liczbę  $\Delta n_i$  elementów uszkodzonych w każdym przedziale czasowym  $\Delta t_i$ ;
- liczbę elementów  $n_i$ , które uszkodziły się od chwili rozpoczęcia badania do środka przedziału  $\Delta t_i$

$$(oczywiście dla  $i = 1 \quad n_1 = 0,5 \Delta n_1$ )$$

Na podstawie wyników eksperymentów można wyznaczyć dla poszczególnych struktur:

- **prawdopodobieństwo zdatności** (czyli nieuszkodzenia się) dowolnego obiektu o strukturze  $S_i$  (w funkcji czasu badania lub numeru przedziału czasu) (Rys. 7):

$$\boxed{R^*(t_{is}) = \frac{N - n_i}{N} = 1 - \frac{n_i}{N}} \quad (13)$$

- **prawdopodobieństwo uszkodzenia się** obiektu:

$$\boxed{Q^*(t_{is}) = \frac{n_i}{N}} \quad (14)$$

– częstość uszkodzeń obiektu:

$$f^*(t_{is}) = \frac{\Delta n_i}{N \Delta t_i} \quad (15)$$

– intensywność uszkodzeń obiektu:

$$\lambda^*(t_{is}) = \frac{\Delta n_i}{(N - n_i) \Delta t_i} \quad (16)$$

– średni czas do uszkodzenia się obiektu:

$$T_u^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \Delta n_i \cdot t_{is} \quad (17)$$

**Uwaga:**

1. Wiarygodne wyniki eksperymentu uzyskuje się w badaniach odpowiednio licznych zbiorów obiektów. Na ogół licznosc ta powinna wynosic co najmniej kilkadziesiat.
2. Gwiazdka w symbolach oznacza, że wyznaczone wartości uzyskano w eksperymencie.

## 2.2. Polecenia wykonawcze

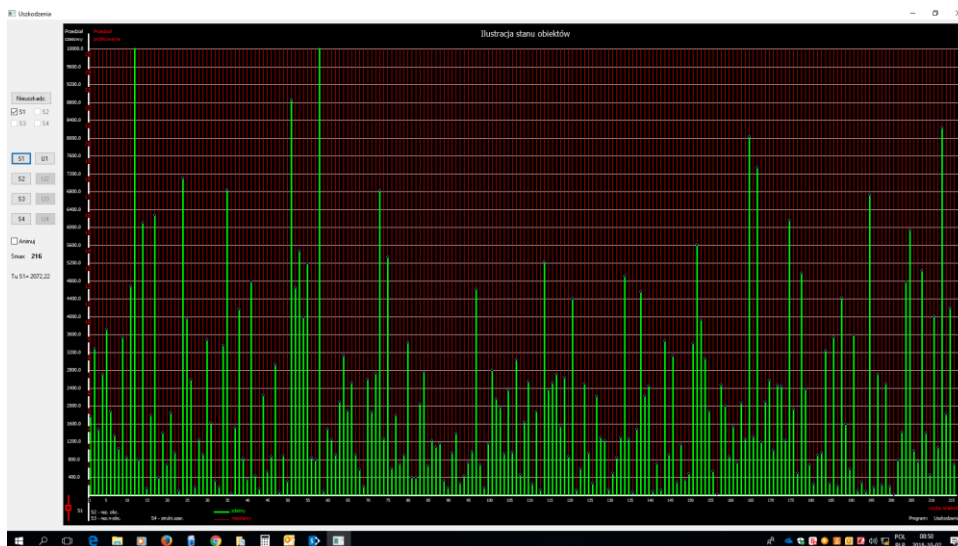
Wyniki badań symulacyjnych i niezbędnych obliczeń umieścić w tabelach 5.1÷5.4.

Wykonać wykresy funkcji nieuszkodzalności obiektów o badanych strukturach tj.:

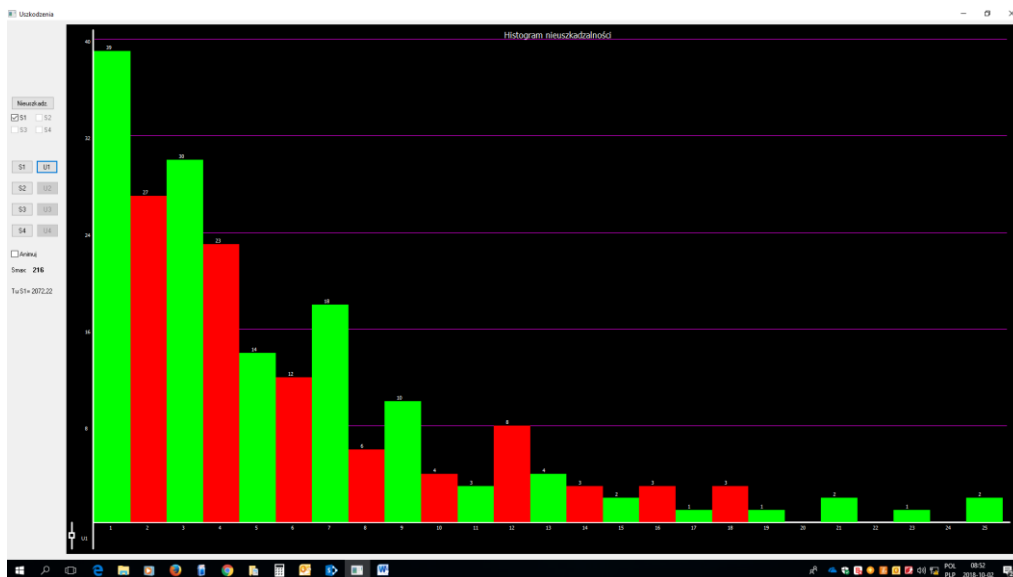
$$R^*(t_{is}) \equiv R^*(i)$$

We wnioskach skomentować uzyskane wyniki odnośnie funkcji nieuszkodzalności, wartości średniej czasu do uszkodzenia oraz wskaźnika intensywności uszkodzeń obiektów o określonych strukturach.

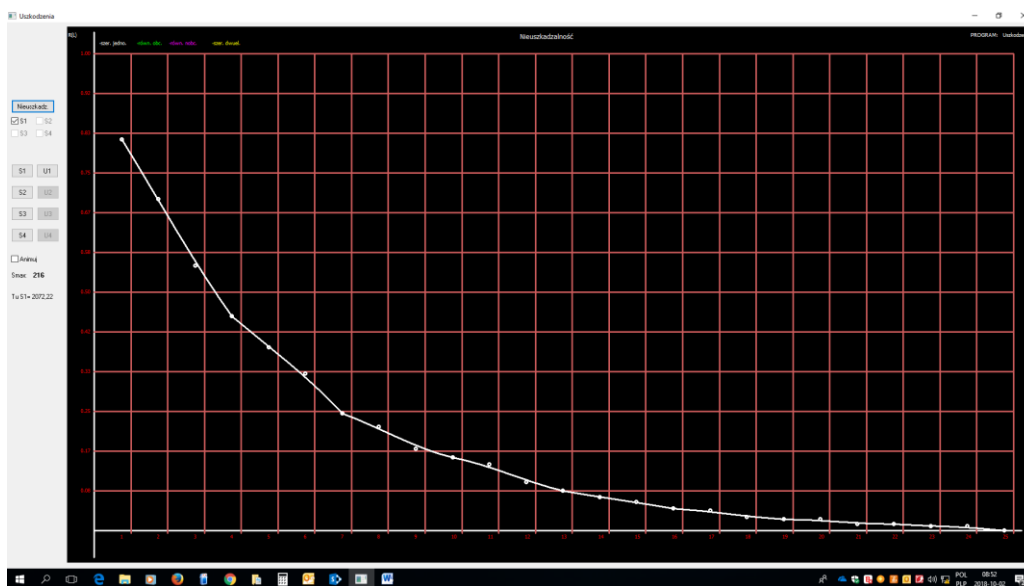
### Zrzuty ekranowe programu *Uszkodzenia.exe*



Rys. 5. Wynik badania niezawodności zbioru obiektów o strukturze S1



Rys. 6. Histogram nieuszkodzalności zbioru obiektów o strukturze S1



Rys. 7. Wykres funkcji nieuszkodzalności obiektów o strukturze S1

## Pytania kontrolne

1. Wymień podstawowe struktury niezawodnościowe.
2. Co oznacza termin „struktura niezawodnościowa”?
3. Jak jest różnica między strukturą niezawodnościową a na przykład konstrukcyjną, funkcjonalną czy diagnostyczną ?
4. Po co stosuje się różne, złożone struktury niezawodnościowe ?
5. Co to jest nieuszkodzalność obiektu ?
6. Jaki jest związek między nieuszkodzalnością  $R(t)$  a intensywnością uszkodzeń obiektu  $\lambda(t)$  ?
7. Jak można wyznaczyć wartość oczekiwaną czasu do uszkodzenia  $T_u$  obiektu eksploatacji ?
8. Jaką zależność przedstawia wzór Wienera ?
9. W przypadku jakich obiektów i jakich uszkodzeń można przyjmować, że gęstość prawdopodobieństwa czasu zdatności posiada charakter rozkładu wykładniczego ?
10. Jaka jest różnica w aspekcie niezawodnościowym między obiektem o strukturze równoległej nieobciążonej a równoległej obciążonej ?



### Tabele wyników badań

$T_b = 10\ 000$  [jucz];  $\Delta t_i = 400$  [jucz];  $m = 25$

Tabela 5.1.

$N = S_{\max} = \dots\dots\dots$

Obiekty o strukturze S1																									
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\Delta n_i$																									
$n_i$																									
$t_{is}$																									
$R^*(t_{is})$																									
$R^*(i)$																									
$T_u^*$																									
$\lambda_c^*$																									

Tabela 5.2.

$N = S_{\max} = \dots\dots\dots$

Obiekty o strukturze S2																									
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\Delta n_i$																									
$n_i$																									
$t_{is}$																									
$R^*(t_{is})$																									
$R^*(i)$																									
$T_u^*$																									

Tabela 5.3.

$$N = S_{\max} = \dots\dots\dots$$

Obiekty o strukturze S3																									
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\Delta n_i$																									
$n_i$																									
$t_{is}$																									
$R^*(t_{is})$																									
$R^*(i)$																									
$T_u^*$																									

Tabela 5.4.

$$N = S_{\max} = \dots\dots\dots$$

Obiekty o strukturze S4																									
i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\Delta n_i$																									
$n_i$																									
$t_{is}$																									
$R^*(t_{is})$																									
$R^*(i)$																									
$T_u^*$																									